

# Rátz László matematikaverseny

## I. forduló (2009. október 22.)

### A Fasor újraindításának 20. évfordulójára (11-12. osztály, 13.E osztály)

1. Egyenlőszárú háromszög alaphoz tartozó magassága 20, a szárhoz tartozó magassága 24.

Mekkora a háromszögbe és a háromszög köré írt kör sugara? *(15 pont)*

2. Oldja meg a következő egyenletrendszert:

$$\begin{aligned}x^2 &= y + 6 \\ y^2 &= x + 6\end{aligned} \quad (15 \text{ pont})$$

3. Oldja meg a következő egyenletet:

$$\sin x + \cos x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}. \quad (15 \text{ pont})$$

4. Határozza meg az  $m$  paraméter értékét úgy, hogy az

$$(m-1)x^2 - (m^2+1)x - 2m^2(m+1) = 0$$

egyenlet mindkét valós gyöke a  $[-1;1]$  intervallumban legyen! *(15 pont)*

5. Oldja meg a következő egyenletet:

$$9^x - 6^x = 2^{x-2}(9 \cdot 2^{x-2} + \sqrt{6^{x+2}}). \quad (20 \text{ pont})$$

6. Bizonyítsa be, hogy ha  $n \in \mathbf{N}$ , akkor

$$1^n + 2^n + 3^n + 4^n$$

akkor és csak akkor osztható 5-tel, ha  $n$  nem osztható 4-gyel. (20 pont)

Beküldési határidő: 2009. november 22.

Cím: Budapest-Fasori Evangélikus Gimnázium, Matematika munkaközösség, 1071, Budapest, Városligeti fasor 17-21. A borítékra kérjük, írják rá, hogy „Rátz László matematikaverseny”, továbbá a versenyző évfolyamát!